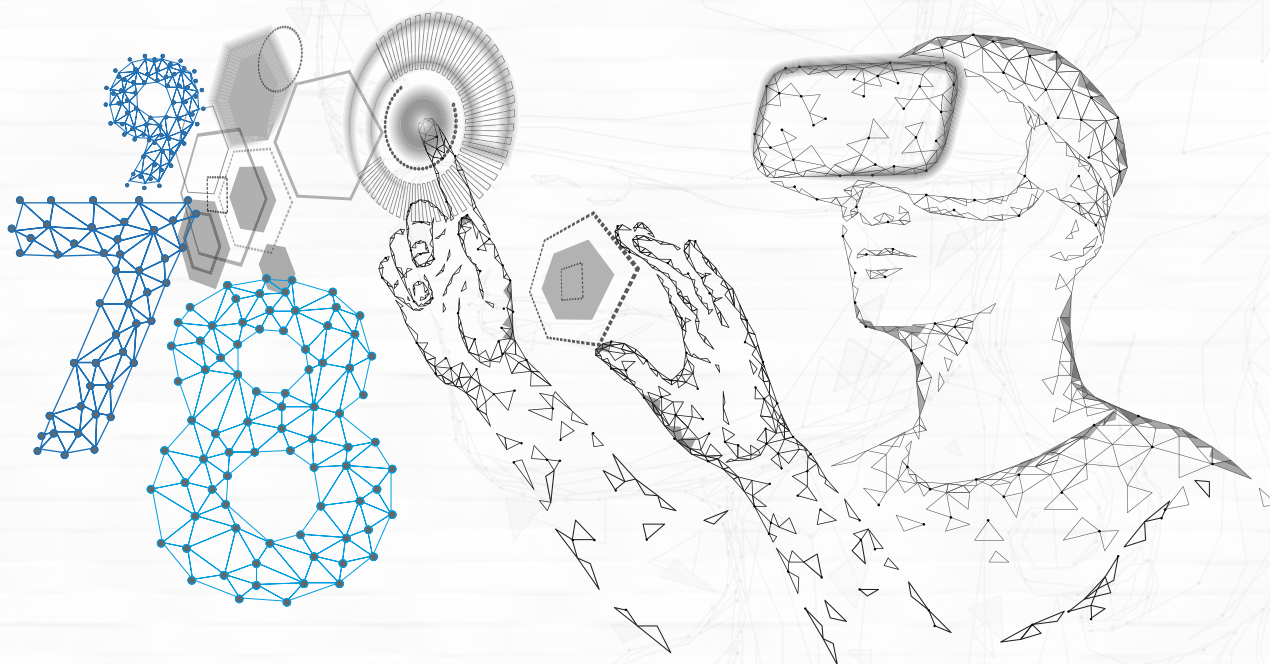


# Realidad aumentada como mediación pedagógica para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en facultades de Ingeniería

Juana Yadira Martín Perico<sup>1</sup>  
Universidad Santo Tomás  
juanamartin@usantotomas.edu.co



**Cómo citar este artículo:** Martín Perico, J. Y. (2018). Realidad aumentada como mediación pedagógica para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en facultades de Ingeniería. *Revista Virtu@lmente*, 6(1), 49-59.

Fecha de recepción: 15 de mayo de 2018  
Fecha de aprobación: 13 de junio de 2018

<sup>1</sup> Ingeniera biomédica de la Universidad Manuela Beltrán. Especialista en instrumentación electrónica, Magister y Doctora en Educación, por la Universidad Santo Tomás. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0366-4710>

# RESUMEN

Teniendo en cuenta la dificultad que representa para los docentes del área de matemáticas la enseñanza de algunos conceptos, esta investigación tuvo como propósito incorporar alternativas digitales a situaciones y modelos físicos mediante la realidad aumentada, propiciando así un entorno de aprendizaje para estimular la comprensión de conceptos y espacios —bidimensionales y tridimensionales—.

Para ello, se realizó un estudio durante el periodo 2017-II, con la participación de 155 estudiantes —73 en los grupos experimentales y 82 en el grupo de control— que cursaban cálculo diferencial en 3 facultades de ingeniería de tres universidades de Bogotá.

La prueba se basó en la construcción, utilización y análisis de tecnologías cotidianas, donde se analizaron modelos bidimensionales y tridimensionales utilizados por los estudiantes con la orientación del profesor.

Se encontró evidencia cuantitativa —rendimiento académico— y cualitativa —seguimiento de procesos— que indica que el uso de la realidad aumentada permite potenciar en los estudiantes las habilidades de comprensión, así como de modelado y análisis de datos de aplicaciones básicas reales.

**Palabras clave:** Mediación pedagógica; enseñanza de las matemáticas; realidad aumentada, didácticas emergentes; Tecnologías de la Información y la Comunicación.

# Augmented reality as a pedagogical mediation for teaching-learning mathematics in faculties of engineering

## ABSTRACT

Taking into account the difficulty that the teaching of some concepts in the area of mathematics represents for teachers, this research aimed at incorporating digital alternatives to situations and physical models by the use of augmented reality, thus promoting a learning environment to stimulate the understanding of concepts and spaces, both two-dimensional and three-dimensional.

For this purpose, we conducted a study during the period 2017-II, with the participation of 155 students: 73 in experimental groups and 82 in the control group, who were studying differential calculus in the faculty of engineering of three different universities in Bogotá.

The test was based on the construction, use, and analysis of everyday technologies, where the two-dimensional and three-dimensional models that were being used by students with teacher guidance were analyzed.

We found quantitative and qualitative evidence: academic achievement and tracking of processes, respectively, indicating that the use of augmented reality allows students to improve comprehension skills, as well as modeling and analysis of data from real basic applications.

**Keywords:** Pedagogical mediation; mathematics instruction; augmented reality; emerging didactics; Information and Communication Technologies (ICT).



# L'utilisation de la réalité augmentée comme outil pédagogique pour l'enseignement-apprentissage des mathématiques dans les facultés d'ingénierie

## RÉSUMÉ

Partant du constat de la difficulté que représente l'enseignement de certains concepts mathématiques pour les enseignants de cette matière, cette investigation vise à intégrer des alternatives numériques aux situations et aux modèles physiques par le biais de la réalité augmentée pour mettre en place un environnement d'apprentissage favorisant la compréhension des concepts et des espaces bidimensionnels et tridimensionnels.

Une étude a dès lors été menée durant le second semestre 2017 avec la participation de 155 étudiants en ingénierie (73 d'entre eux intégrant des groupes expérimentaux et 82 intégrant le groupe de contrôle) spécialisés dans le calcul différentiel et inscrits dans trois universités différentes de Bogotá.

Le test reposait sur la construction, l'utilisation et l'analyse de technologies du quotidien au cours desquelles des modèles bidimensionnels et tridimensionnels étaient utilisés et analysés par les étudiants et leurs enseignants.

Les résultats quantitatifs (résultats scolaires) et qualitatifs (suivi des processus) indiquent que l'utilisation de la réalité augmentée permet aux étudiants d'améliorer leurs compétences en modélisation, analyse et compréhension des données issues d'applications réelles.

**Mots clefs:** Éducation pédagogique; enseignement des mathématiques; réalité augmentée; didactique émergente; technologies de l'information et de la communication.

# Realidade aumentada como mediação pedagógica para o ensino-aprendizagem da matemática em faculdades de Engenharia

## RESUMO

Considerando a dificuldade que representa para os docentes da área de matemática o ensino de alguns conceitos, esta pesquisa teve como propósito incorporar alternativas digitais a situações e modelos físicos mediante a realidade aumentada, propiciando assim um meio de aprendizagem para estimular o entendimento de conceitos e espaços —bidimensionais e tridimensionais.

Para isso, se realizou um estudo durante o período 2017-II, com a participação de 155 estudantes —73 nos grupos experimentais e 82 no grupo de controle— que cursavam cálculo diferencial em 3 faculdades de engenharia de três universidades de Bogotá.

A prova baseou-se na construção, utilização e análise de tecnologias quotidianas, onde se analisaram modelos bidimensionais e tridimensionais utilizados pelos estudantes com a orientação do professor.

Encontrou-se evidência quantitativa —rendimento acadêmico —e qualitativa— rastreamento de processos— que indica que o uso da realidade aumentada permite potenciar nos estudantes as habilidades de entendimento, bem como de modelagem e análise de dados de aplicativos básicos reais.

**Palavras-chave:** mediação pedagógica; ensino da matemática; realidade aumentada; didáticas emergentes; Tecnologias da Informação e a Comunicação.

## 1. Introducción

Actualmente el uso de imágenes por computadora ha sido una herramienta que científicos, ingenieros y humanistas han utilizado para representar sus datos e ideas visualmente, la realidad aumentada, que para este escrito se reconocerá como (RA), se entenderá de acuerdo con dos niveles: el primero es AR basado en marcadores, con los que se posibilita el reconocimiento de objetos en 2D y 3D «un escritorio, el costo de un artículo, etc.»; el segundo nivel sin marcadores, mediante el uso de sistemas de posicionamiento global (GPS) y la brújula de los dispositivos electrónicos con los que se consigue superponer objetos, observar situaciones e información en tiempo real, lo que posibilita que el usuario realice una inmersión en la situación objeto de estudio (Estebanell, Ferrés, Cornellà y Codina, 2012).

De acuerdo con lo anterior, la (RA) puede definirse como un sistema en el que los entornos reales y virtuales se combinan (Durlach y Mavor, 1995), con el fin de complementar la percepción e interacción con el mundo real, brindando al usuario un escenario real aumentado con información complementaria dada por un dispositivo electrónico que puede ser un computador, una tableta, un celular, etc. (De Pedro, 2011), donde la superposición de los objetos ocurre como si realmente existieran (Kato, 2010), en la que no se simula el mundo real por uno virtual, sino que, al contrario, se mantiene el contacto con el mundo real con información que enriquece el entorno y permite una comprensión y visualización integral (Basogain, Olabe, Espinosa, Rouèche y Olabe, 2007).

Las mencionadas virtudes de la (RA) han permitido que se aplique en diversidad de escenarios: el seguimiento a la posición del usuario, procesamiento de señales, visualización de la información, visión por computador, generación de imágenes virtuales, entre otros (Azuma, 2001), los cuales han permeado al medio académico en el que para hacer posible la comprensión de la relación entre el mundo real «entornos y modelos tridimensionales» y las representaciones bidimensionales, se han empleado modelos físicos, con el fin de que los estudiantes puedan comprender conceptos desde distintos puntos de vista.

Sin embargo, este uso puede en algunos casos ser inaccesible: al estudiar diferentes modelos físicos, estos pueden ser inaccesibles por costos, por no existir en el entorno de trabajo, porque no existe la tecnología para observarlos -microscopio-manoscopio- o el lugar para resguardarlos -cadáveres-, entre otras. Puede ser riesgoso: de tipo biológico, eléctrico, físico, etc., en este sentido, la adopción de las tecnologías gráficas en la educación posibilita una oportunidad para que las personas interesadas en aprender manipulen realidades al utilizar modelos virtuales con los que se puede interactuar de forma intuitiva, como lo es la (RA), ya que propicia una interfaz de tipo gestual que se aproxima a la manera como ocurriría la relación con el objeto real (Yi-Chen, Hung-Lin, Wei-Han y Shin-chung, 2011).



## 2. Realidad aumentada y educación

El proceso de aprendizaje se da a través de la experiencia, no necesariamente propia, también se aprende por comparación con otras experiencias, posturas y reflexiones, que proporcionan elementos para responder a aspectos o requerimientos del contexto, es decir, las personas piensan y aprenden principalmente a través de las experiencias que han tenido, no a través de cálculos abstractos y generalizaciones, dichas experiencias se almacenan en la memoria a largo plazo, con esta información la mente realiza simulaciones para previsualizar acaecimientos nuevos (Gee, 2003).

En este sentido, la (RA) se comporta como una extensión particular de la realidad virtual, en la que se genera la superposición de la realidad percibida por el sujeto con otra realidad generada por el medio digital -computadora, tableta, celular-. En esta interacción, la percepción del usuario del mundo está «aumentada» por objetos virtuales que aportan información adicional del ambiente real. El uso de la (RA) se da a partir de la relación de tres elementos fundamentales: el objeto virtual-el objeto real, la interacción del sujeto en tiempo real con el objeto virtual y por último el objeto virtual debe aparecer en un espacio tridimensional. Dicha relación permite entender la realidad desde diferentes perspectivas, brindando la oportunidad de potenciar y estimular la creatividad e imaginación. Las Tecnologías de la Realidad Aumentada (TRA) son las primeras en expandir la percepción del espacio tridimensional, debido a su propia naturaleza clásica y abstracta (Johnson, Levine, Smith y Stone, 2010).

Valiéndose de los beneficios de la realidad aumentada en los hábitos educativos, los estudiantes necesitan imaginar objetos en diferentes orientaciones, manipular modelos tridimensionales, trasladar mentalmente dibujos de dos a tres dimensiones, en papel o en programas de diseño asistido por computador. Para un estudiante de ingeniería, la potencialización del pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico y se utiliza para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas (Smith, 1964; McGee, 1979; Clements y Battista, 1992).

De acuerdo con lo anterior, se observa una potencialidad académica en la (RA), lo que lleva a pensar si el uso de esta tecnología como mediación pedagógica contribuye a mejorar el desempeño académico de los estudiantes de las facultades de Ingeniería de Bogotá, al abordar cursos de ciencias matemáticas, para ello se llevó a cabo el siguiente plan de investigación.

### 3. Metodología

La presente investigación se enmarcó en los estudios de tipo explicativo, ya que estos tienen como propósito encontrar las razones o causas que ocasionan ciertos fenómenos «en este caso si la plataforma en red diseñada aporta al estudiante al abordar cursos de ciencias básicas» y en qué condiciones se dan estos (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), dicho desarrollo corresponde a un avance tecnológico.

En virtud de lo anterior, el diseño adecuado es el cuasi experimental, ya que los grupos objeto de análisis han de conformarse por cuestiones de azar y no es posible redefinirlos, en este caso no se puede dar el criterio de equivalencia de grupos.

En cuanto al paradigma de la investigación, es el positivista, porque pretende explicar si el uso de la realidad aumentada como mediación pedagógica influye en los procesos de enseñanza-aprendizaje a partir de relaciones causa-efecto.

La población objeto de estudio fueron 73 estudiantes de cálculo diferencial de tres universidades de Bogotá, dos privadas y una de carácter mixto, descartando los repitentes y los que tenían estudios de pregrado anteriores, con el fin de evitar sesgos en el rendimiento académico, que se tomó como grupo experimental; como grupos de control se tomaron 82 estudiantes distribuidos en 3 grupos de las mismas universidades. La elección de los sujetos fue al azar según la matrícula del sistema académico. El experimento se llevó a cabo realizando inicialmente una pre-prueba, tratamiento, pruebas pos tratamiento y prueba final. Para los grupos de control se tomaron los resultados de los 3 cortes «momentos de evaluación» estipulados por cada institución.

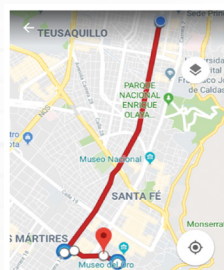
Para los grupos experimentales, se realizaron actividades centradas en el uso de la (RA) como actividad inicial, para que a través de la experiencia y el desarrollo del laboratorio propuesto se fuera construyendo el concepto siguiendo una serie de pasos y respondiendo preguntas, de la siguiente manera:

**Laboratorio 1:** uso de códigos QR en el supermercado en el que cada estudiante seleccionó 10 artículos, de los cuales 4 deberían tener el mismo precio comercial, con este ejercicio comprendieron los conceptos de relación, tipos de relación y la idea intuitiva de función.

**Laboratorio 2:** desarrollado durante todo el semestre, este consistió en seleccionar una ruta cotidiana recorrida por el estudiante -casa, universidad- haciendo uso de un medio de transporte común -bus, carro, taxi-, posteriormente se debía visualizar la ruta en una aplicación que empleara sistema de posicionamiento global (GPS) empleada regularmente por los estudiantes -Google Maps, Wize, Go Sur-, con la información registrada el estudiante visualizó su plan de ruta, realizó un seguimiento de la aplicación, elaboró datos -callera, calle, paradas, problemas en la ruta-, estructuró tablas de datos, modeló una función que representara su recorrido, derivó para obtener la velocidad y la aceleración de su recorrido, comparó la proyección de la aplicación con el recorrido real, realizó relaciones espacio-tiempo, se identificó como un objeto tridimensional, comprendió las relaciones de movimiento y construyó el concepto de razón de cambio en un entorno real aumentado, como se muestra en la siguiente secuencia de imágenes.



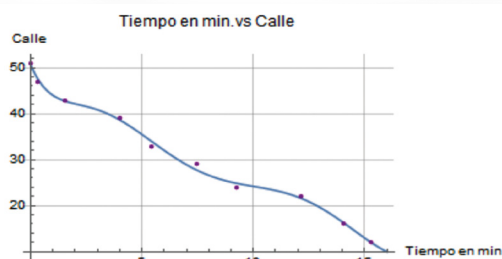
**Figura 1.** Aplicaciones de RA en la comprensión de funcione y razón de cambio



(a). Ruta aumentada uso de aplicación móvil

| Tiempo en min | Calle |
|---------------|-------|
| 0             | 51    |
| 0.32          | 47    |
| 1.53          | 43    |
| 4             | 39    |
| 5.43          | 33    |
| 7.44          | 29    |
| 9.27          | 24    |
| 12.12         | 22    |
| 14.08         | 16    |
| 15.3          | 12    |

(b). Manejo de datos



$$f(t)=50.6204 - 11.3904 t + 6.3834 t^2 - 1.85377 t^3$$

(c). Modelado

**Fuente.** Elaboración propia.

**Laboratorio 3:** desarrollado en diferentes momentos del curso según el plan temático, para ello se utilizaron aplicaciones de realidad aumentada disponibles en la red como *Aumentaty*, donde los estudiantes crearon patrones para visualizar las secciones cónicas, aplicaciones de las funciones en ingeniería -antenas, estudios de crecimiento poblacional, gestión ambiental, ondas de comunicación, entre otros-, para esta actividad el docente explicó cómo utilizar el aplicativo y cómo construir los códigos QR como interfaz de comunicación entre el objeto y el medio digital, con ejemplos desarrollados por el profesor.

Para los grupos de control se siguieron trabajando las clases basadas en una explicación magistral, desarrollo de talleres, evaluaciones periódicas y el uso de tecnologías convencionales como las aulas virtuales, las calculadoras y los softwares especializados como recursos secundarios en el desarrollo de los cursos. En los grupos experimentales no se suspendió el uso de las tecnologías complementarias, las cuales se emplearon de manera aislada dando todo el protagonismo a la RA.

## 4. Resultados y discusión

Grupos experimentales: se elaboró una matriz de seguimiento en la que se evaluaba la evolución de trabajo individual y grupal, así como el manejo de conceptos y la explicación de estos a través de la realidad aumentada, de esto se pudo concluir:

- El 100 % de los estudiantes desarrollaron los laboratorios mostrando buena disposición, interés, intercambiando y compartiendo ideas. Manifestaron que el experimento les permitió aprender del otro, comprender la matemática desde realidades cotidianas, comprender conceptos que para ellos fueron por mucho tiempo abstractos y difíciles, valorar la matemática como un medio de supervivencia y mejorar la comprensión de los conceptos propios del cálculo diferencial.

- El 87 % de los estudiantes construyeron sus modelos, sin presentar problemas de manipulación del recurso, al exponer dieron cuenta del concepto y solucionaron problemas «tanto cotidianos como con un nivel de abstracción alto» con base en dichas comprensiones.
- El 70 % de los estudiantes pudieron enfrentarse a evaluaciones escritas obteniendo resultados satisfactorios en cuanto a conceptualizaciones, desarrollo de algoritmos y solución de problemas.
- 75 % de los estudiantes pudieron solucionar problemas con otros parámetros de análisis, es decir, cambiando condiciones iniciales.

Comparación de grupos experimentales y de control:

- La variable de comparación entre los grupos experimentales y de control era el rendimiento académico medido en una escala de 0 a 5 puntos, el cual para el grupo experimental con respecto a la preprueba mejoró en un 45 %, con respecto a los grupos de control el promedio se incrementó en un 25 %, siendo el promedio del grupo experimental 3.95 y el promedio de los grupos de control de 3.01 en contrastación con una prueba *T-Student* que evidenció una diferencia estadísticamente significativa.
- La reprobación académica del grupo experimental fue del 12 %, mientras que la del grupo de control fue del 43 %, siendo este resultado coincidente con el histórico de cada universidad.

- La actitud, disposición y participación de los grupos de control es baja: 43 %, aun cuando se incorporan tecnologías complementarias, para los grupos experimentales fue del 100 %, entre otras razones por la novedad, por la oportunidad de participar, por la oportunidad de llevar el aprendizaje a escenarios diversos.

## 5. Conclusiones

- La realidad aumentada se muestra como una alternativa de mediación pedagógica para mejorar la comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en virtud de potenciar diferentes estilos de aprendizaje.
- Incorporar nuevas estrategias metodológicas a la enseñanza de las ciencias posibilita que los estudiantes sean más competitivos académicamente y puedan desarrollar las habilidades de diseño, tan necesarias en la formación de ingenieros.
- La realidad aumentada para analizar modelos abstractos resulta una herramienta económica, accesible, comprensible y dinámica que contribuye a la aprehensión de conceptos que por su naturaleza son de difícil comprensión y asimilación.
- El uso de esta tecnología puede permear a todos los medios educativos y niveles educativos por su amigabilidad y novedad.

- La incorporación de tecnologías como mediación del aprendizaje en ciencias matemáticas brinda la posibilidad de extender el aula a entornos reales aumentados de uso cotidiano, que potencian la comprensión de algoritmos, símbolos, conceptos y aplicaciones, aumentando el interés del estudiante y permitiéndole ser protagonista de la construcción de su propio conocimiento.

## Referencias

- Azuma, R. T. (2001). Augmented Reality: Approaches and Technical Challenges. En: W. Barfield y T. Caudell (Eds.). *Fundamentals of Wearable Computers and Augmented Reality*. New Jersey: CRC Press.
- Basogain, X.; Olabe, M.; Espinosa, K.; Rouèche C. y Olabe, J.C. (2007). *Realidad aumentada en la educación: una tecnología emergente*. Comunicación presentada a Online Educa Madrid 2007: 7ª Conferencia Internacional de la Educación y la Formación basada en las Tecnologías, Madrid.
- Clements, D., y Battista, M. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In A. E. Kelly & R. A. Lesh, (Eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- De Pedro, J. (2011). Realidad aumentada: un nuevo paradigma en la educación superior. En E. Campo, M. García, E. Meziat y L. Bengochea (Eds.). *Educación y sociedad: Actas del Congreso Iberoamericano Educación y Sociedad: Universidad de la Serena* (Chile), 5, 6 y 7 de octubre de 2011(pp. 300-307). Servicio de Publicaciones.
- Durlach, N. I. y Mavor, A. S. (Eds.) (1995). *Virtual Reality: scientific and technological challenges*. Washington: National Academy Press.
- Estebanell, M., Ferrés, J., Cornellà, P., y Codina, D. (2012). Realidad aumentada y códigos QR en educación. En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino y A. Vázquez (Coords.) *Tendencias emergentes en Educación con TIC*. Barcelona: Espiral.
- Gee, J. P. (2003). *What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy?* New York: Palgrave Macmillan.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista L. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Johnson, L., Levine, A., Smith, R., y Stone, S. (2010). *The 2010 Horizon Report*. Austin: The New Media Consortium.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918. <http://dx.doi.org/10.1037/0033-2909.86.5.889>
- Sarracino, F. (2014). ¿Mejora la realidad aumentada el aprendizaje de los alumnos? Una propuesta de experiencia de museo aumentado. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 18(3), 1-18. Recuperado de recuperado el 12 abril de 2017 de <http://www.ugr.es/~recfpro/rev183ART10.pdf>
- Smith, I. (1964). *Spatial ability: Its educational and social significance*. London: The University of London Press.
- Yi-Chen, C., Hung-Lin, Ch., Wei-Han, H., y Shih-Chung, K. (2011). Use of Tangible and Augmented Reality. Models in Engineering Graphics Courses. *Journal of Professional Issues in Engineering Education & Practice*, 137(4), 267-276.